H30　山梨県　公立　数学　問題

数-18-公-山梨-問-01

1　次の計算をしなさい。

問１　$-3+7$

問２　$\frac{4}{5}\div\left(-\frac{6}{5}\right)$

問３　$-3^2\times(-3)^2$

問４　$5\sqrt{2}+\sqrt{6}\div\sqrt{3}$

問５　$5xy^2\times 8xy$

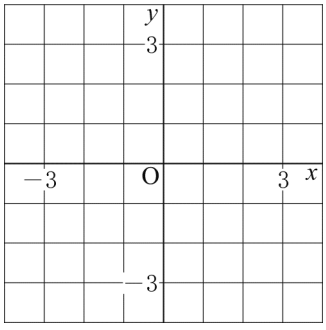
問６　$\frac{7x+y}{6}-\frac{x+y}{3}$

数-18-公-山梨-問-02

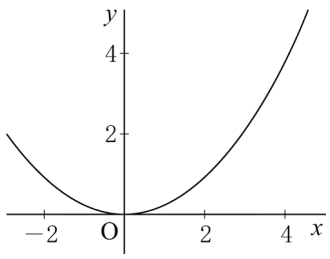
2　次の問題に答えなさい。

問１　２次方程式 $3x^2-5x+1=0$ を解きなさい。

問２　関数 $y=-\frac{4}{x}$ のグラフを，解答欄の座標平面上にかき入れなさい。



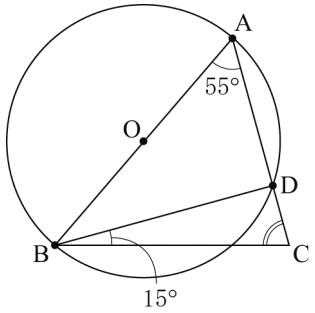
問３　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ において，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。



問４　袋の中に赤球と白球が合わせて 1500 個入っている。袋の中をよくかき混ぜたあと，その中から 30 個の球を無作為に抽出して調べたら，赤球が 12 個であった。この袋に入っている 1500 個の球のうち，赤球はおよそ何個であると考えられるか求めなさい。

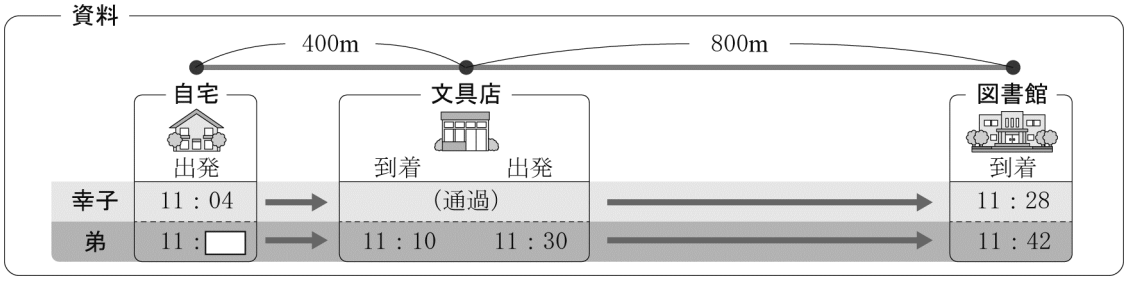
問５　右の図のように，△ABC の辺 AB を直径とする円 O をかき，辺 AC との交点を D とする。

∠BAD＝55°，∠DBC＝15° のとき，∠BCD の大きさを求めなさい。



3 幸子さんと弟は，自宅から図書館まで同じ道を歩いて行った。**資料**は，2 人の自宅，文具店，図書館の位置関係とそれぞれの間の道のり，また，各地点における 2 人の出発時刻と到着時刻を示したものである。

資料



ただし，幸子さんが自宅と図書館の間を歩く速さは一定であり，弟が自宅と文具店の間，文具店と図書館の間を歩く速さも，それぞれ一定であるものとする。

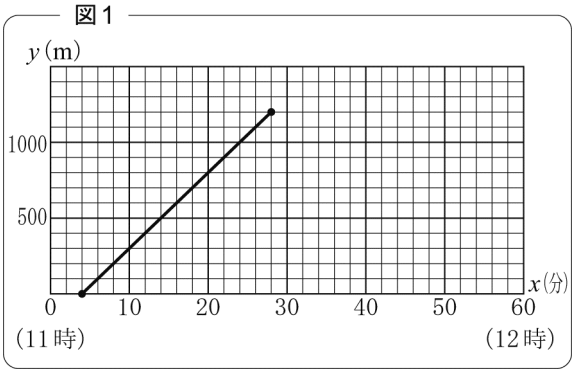
このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１　**図１**は，11 時から x 分経過したときの自宅からの道のりを y m として，幸子さんの移動のようすを表したグラフである。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。ただし，x の変域は $4 \leqq x \leqq 28$ とする。

図１



(2) 式またはグラフから，幸子さんが文具店を通過した時刻を求めることができる。その方法を説明し，通過した時刻を求めなさい。

問２　**図２**は，11 時から x 分経過したときの自宅からの道のりを y m として，弟の移動のようすを表したグラフの一部である。弟が自宅と文具店の間を歩く速さは，弟が文具店と図書館の間を歩く速さよりも遅かった。

このとき，弟が自宅を出発したときの x，y の値の組が，次の**ア**～**エ**の中に **1 つ**だけある。その記号を書きなさい。

図２



ア　$x=2$，$y=0$　　**イ**　$x=4$，$y=0$　　**ウ**　$x=6$，$y=0$　　**エ**　$x=8$，$y=0$

問３　幸子さんは，図書館から自宅まで同じ道を歩いて帰ったところ，途中で弟とすれ違った。幸子さんが図書館を出発した時刻を 11 時 36 分，自宅に到着した時刻を 11 時 54 分とするとき，2 人がすれ違った時刻を求めなさい。

ただし，幸子さんが図書館から自宅までの間を歩く速さは一定であるものとする。

数-18-公-山梨-問-04

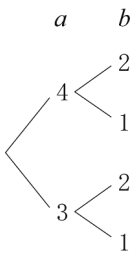
4　大地さんは，2 種類の硬貨 A，B を 1 回だけ投げて得点をつけるゲームを考えた。得点は次のような**ルール**で計算する。

ルール

① 硬貨 A を投げて表が出たら 4 点，裏が出たら 3 点とする。
② 硬貨 B を投げて表が出たら 2 点，裏が出たら 1 点とする。
③ ①，②の結果をそれぞれ ***a*** 点，***b*** 点とし，下の**計算式**で得点を計算する。

計算式　　$a+b$

ただし，どちらの硬貨も表と裏が出ることは同様に確からしいものとする。硬貨 A，B を投げたときの結果は，右のような樹形図に表すことができることから，起こりうる場合の数は 4 通りであり，どの場合が起こることも同様に確からしいといえる。



このとき，次の**問１～問３**に答えなさい。

問１　どちらの硬貨も表が出たときの得点を求めなさい。

問２　得点が 4 点となる場合と 5 点となる場合とではどちらの方が起こりやすいか。次の**ア～ウ**から正しいものを**１つ**選び，その記号を書きなさい。また，それが正しい理由を確率を使って説明しなさい。

ア　得点が 4 点となる場合の方が起こりやすい。
イ　得点が 5 点となる場合の方が起こりやすい。
ウ　得点が 4 点となる場合と得点が 5 点となる場合の起こりやすさは等しい。

問３　大地さんと亜実さんは，それぞれ１回だけゲームを行い，対戦することとした。得点が大きい方の勝ちとし，得点が同点の場合は引き分けとする。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 大地さんが勝つ確率を求めなさい。

(2) ２人は，**ルール**の一部を変えることを考え，大地さんの**計算式**は $\boldsymbol{a+b}$ のままとし，亜実さんの**計算式**だけ $\boldsymbol{a\times b}$ に変えることとした。２人が，それぞれ１回だけゲームを行って対戦した場合，大地さんが勝つ確率と亜実さんが勝つ確率をそれぞれ求めなさい。

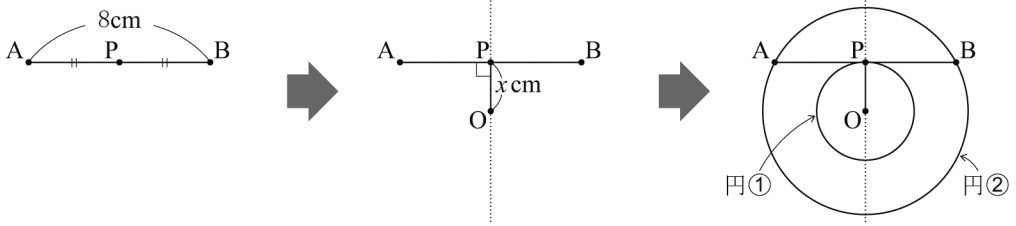
数-18-公-山梨-問-05

5　次の問題に答えなさい。ただし，円周率は π とする。

問１　**図１**のように，長さが８cm の線分 AB の中点を P とし，直線 AB の下側に，線分 AB の垂直二等分線上の点 O をとり，線分 OP の長さを x cm とする。点 O を中心として，点 P を通る円を円①，２点 A，B を通る円を円②とする。

このとき，次の(1)～(4)に答えなさい。

図１



(1) $x=3$ のとき，円①の面積を求めなさい。

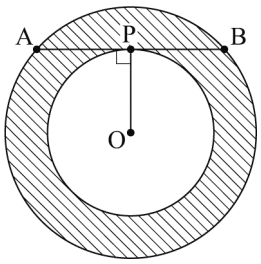
(2) 円②の面積が $20\pi\,\mathrm{cm}^2$ であるとき，x の値を求めなさい。

(3) 解答欄の図において，OP＝AP となるように円②を作図しなさい。

ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

(4) 線分 AB の長さ 8 cm は変えずに x の値を変えると，それに伴って円①と円②の大きさも変わる。**図２**の斜線部分は，円②から円①を除いた部分である。その面積を S cm^2 とするとき，S と x の関係について正しく述べているものを，次の**ア**～**エ**から**１つ**選び，その記号を書きなさい。

図２



ア　S は x の 1 次関数である。

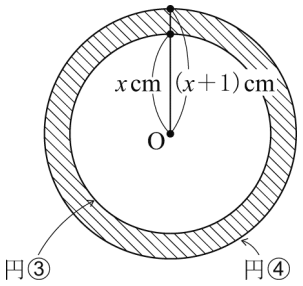
イ　S は x の 2 乗に比例する。

ウ　S は x に反比例する。

エ　S は x の値に関わらず，一定である。

問２　**図３**において，点 O を中心として，半径が x cm の円を円③，半径が $(x+1)$ cm の円を円④とする。**図３**の斜線部分は，円④から円③を除いた部分である。その面積を T cm^2 とするとき，T は x の関数である。T を x の式で表しなさい。また，T と x の関係は，どのような関数であるといえるか書きなさい。

図３



数-18-公-山梨-問-06

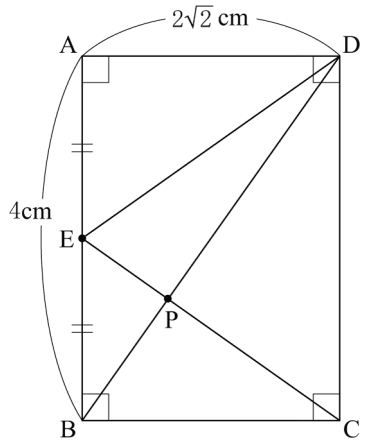
6　**図１**のような AB＝4 cm，AD＝$2\sqrt{2}$cm の長方形 ABCD がある。辺 AB の中点を E とし，線分 EC と BD の交点を P とする。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１　**図１**において，△PED と面積が等しい三角形を **１つ**書きなさい。

問２　△PBE∽△PDC となることを証明しなさい。

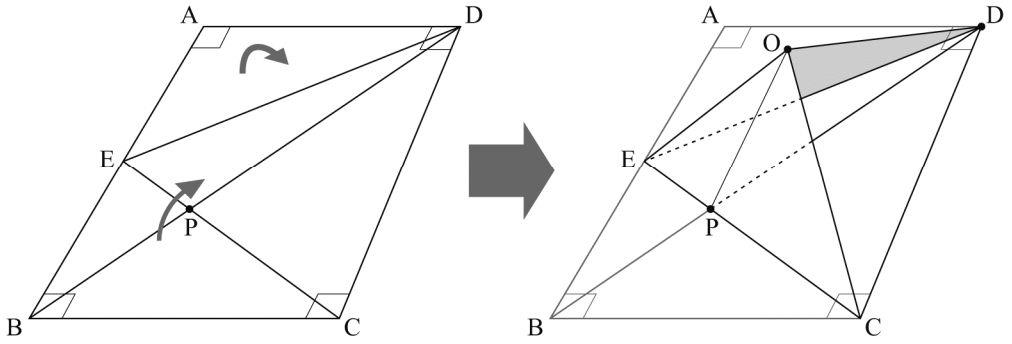
図１



問３　**図２**のように，線分 ED と EC を折り目として辺 EA と EB がちょうど重なるように長方形 ABCD を折り曲げ，2 点 A，B が重なった点を O とする。

このとき，4 点 O，E，C，D を頂点とする三角錐(すい)OECD について，次の(1)～(3)に答えなさい。

図2

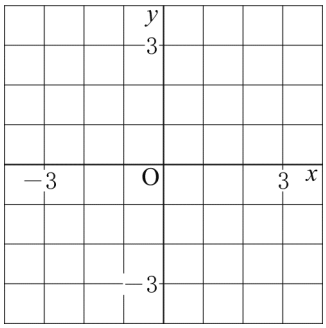


(1) △COD の面積を求めなさい。

(2) 三角錐 OECD の体積を求めなさい。

(3) 三角錐 OECD を，3 点 O，P，D を通る平面で切ったときの切り口において，線分 PD の中点を M とする。△OPM を直線 OP を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

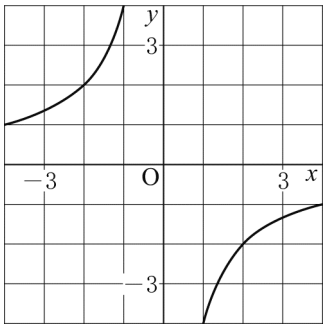
数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−山梨−KY−01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６			
数−18−公−山梨−KY−02	2	問１	$x=$		
		問２			
		問３			
		問４	およそ　　個		
		問５	度		

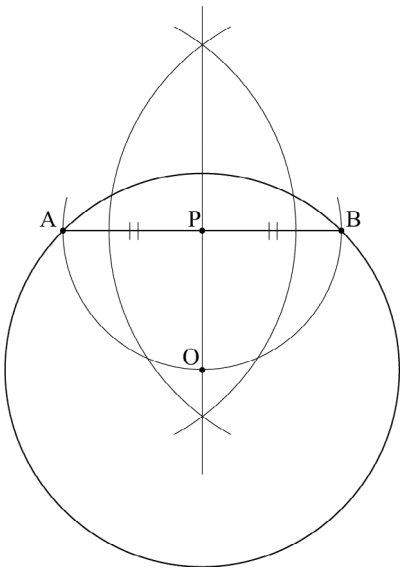
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−山梨−KY−03	3	問１	(1)	$y=$		
			(2)	〔説明〕		
				文房具店を通過した時刻　11　時　　分		
		問２				
		問３		11　時　　分		
数−18−公−山梨−KY−04	4	問１		点		
		問２		記号		
				〔説明〕		
		問３	(1)			
			(2)	大地さん		
				亜美さん		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−山梨−KY−05	5	問１	(1)	cm^2		
			(2)	$x=$		
			(3)	A　P　B （作図に用いた線は消さないこと。）		
			(4)			
		問２	式　$T=$ 関数			
数−18−公−山梨−KY−06	6	問１				
		問２	〔証明〕			
		問３	(1)	cm^2		
			(2)	cm^3		
			(3)	cm^3		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−山梨−K−01	1	問１	4	3	
		問２	$-\frac{2}{3}$	3	
		問３	-81	3	
		問４	$6\sqrt{2}$	3	
		問５	$40x^2y^3$	3	
		問６	$\frac{5x-y}{6}$	3	
数−18−公−山梨−K−02	2	問１	$x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$	3	
		問２		3	【正答の条件】 次のａ，ｂ両方を満たしていれば正答 ａグラフが次の 6 つの点を通ること。 (−4, 1), (−2, 2), (−1, 4), (1, −4), (2, −2), (4, −1) ｂグラフが 2 本の曲線であること。
		問３	$\frac{3}{2}$	3	
		問４	およそ　600　個	3	
		問５	75　度	3	

	問題番号		解答		配点	備考
数−18−公−山梨−K−03	3	問1	(1)	$y=50x-200$	3	
			(2)	〔説明〕 〔文具店までの道のりが 400 m だから,〕 式に $y=400$ を代入して，x の値を求める。 【別解】 〔文具店までの道のりが 400 m だから,〕 グラフの $y=400$ のときの x 座標を読み取る。	4	正答は，一例を示したものである。 〔 〕内の記述がない場合も正答とする。 【正答の条件】 次の a または b について記述していれば正答 a 式に $y=400$ を代入して x の値を求めること。 b グラフの $y=400$ のときの x 座標を読み取ること。
				文房具店を通過した時刻　11　時　12　分	2	
		問2	ア		3	
		問3	11 時　39　分		4	
数−18−公−山梨−K−04	4	問1	6　点		3	
		問2	記号　イ		2	正答は，一例を示したものである。 〔 〕内の記述がない場合も正答とする。 【正答の条件】 記号イを記入した上で a について記述していれば正答 a 両方の確率の数値を示していること。
			〔説明〕 得点が 5 点となる確率は$\frac{1}{2}$であり， 4 点となる確率である$\frac{1}{4}$より大きいから 〔, 得点が 5 点となる場合の方が起こりやすいといえる〕。		4	
		問3	(1)	$\frac{5}{16}$	3	
			(2)	大地さん　$\frac{7}{16}$	2	
				亜美さん　$\frac{7}{16}$	2	

	問題番号		解答		配点	備考
数−18−公−山梨−K−05	5	問1	(1)	9π cm^2	3	
			(2)	$x=2$	3	
			(3)	 (作図に用いた線は消さないこと。)	4	正答は，一例を示したものである。
			(4)	エ	3	
		問2	式	$T=2\pi x+\pi$	2	
			関数	T は x の1次関数である	2	
数−18−公−山梨−K−06	6	問1	△PBC		3	正答は，一例を示したものである。
		問2	〔証明〕 △PBE と△PDC において 対頂角は等しいから ∠BPE＝∠DPC ……① 長方形の対辺は平行であり，平行線の錯角は等しいから ∠PBE＝∠PDC ……② ①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから △PBE∽△PDC		6	証明は，一例を示したものである。
		問3	(1)	4 cm^2	3	
			(2)	$\frac{8}{3}$ cm^3	3	
			(3)	$\frac{4\sqrt{6}}{9}\pi$ cm^3	3	

数-18-公-山梨-KS-01

1　問１　$-3+7=+(7-3)=4$

問２　$\frac{4}{5}\div\left(-\frac{6}{5}\right)=\frac{4}{5}\times\left(-\frac{5}{6}\right)=-\frac{4\times5}{5\times6}=-\frac{2}{3}$

問３　$-3^2\times(-3)^2=-9\times9=-81$

問４　$5\sqrt{2}+\sqrt{6}\div\sqrt{3}=5\sqrt{2}+\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

問５　$5xy^2\times8xy=5\times8\times x\times x\times y\times y=40x^2y^3$

問６　$\frac{7x+y}{6}-\frac{x+y}{3}=\frac{7x+y}{6}-\frac{2(x+y)}{6}=\frac{7x+y-2(x+y)}{6}=\frac{7x+y-2x-2y}{6}=\frac{5x-y}{6}$

数-18-公-山梨-KS-02

2　問１　$3x^2-5x+1=0$　解の公式より，$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$

問２　点(−4，1)，(−2，2)，(−1，4)，(1，−4)，(2，−2)，(4，−1)を通る双曲線になる。

問３　x の増加量は $4-2=2$　y の増加量は$\frac{1}{4}\times4^2-\frac{1}{4}\times2^2=4-1=3$　よって，変化の割合は$\frac{3}{2}$

問４　袋の中と無作為に抽出した標本とで，赤球の割合は変わらないと推測される。
袋に入っている赤球の個数を x 個とすると，
$1500:x=30:12$　$30x=1500\times12$　$x=\frac{1500\times12}{30}=600$　よって，およそ 600 個。

問５　AB は直径だから，$\angle ADB=90^\circ$　△BCD の内角と外角の性質より，
$\angle BCD=\angle ADB-\angle DBC=90^\circ-15^\circ=75^\circ$

数-18-公-山梨-KS-03

3　問１　(1)　グラフは 2 点(4，0)，(28，1200)を通る直線だから，式を $y=ax+b$ とする。
$a=\frac{1200-0}{28-4}=50$　$y=50x+b$ に $x=4$，$y=0$ を代入すると，$0=50\times4+b$　$b=-200$
よって，式は $y=50x-200$
(2)　(1)の式に $y=400$ を代入すると，$400=50x-200$　$-50x=-600$　$x=12$　よって，文具店を通過した時刻は 11 時 12 分。

問２　弟のグラフは 2 点(30，400)，(42，1200)を通る。
$30\leqq x\leqq42$ のときの直線の傾きは，$\frac{1200-400}{42-30}=\frac{800}{12}=\frac{200}{3}$
同じ傾きで点(10，400)を通る直線をひくと，x 軸との交点の座標は(4，0)となる。この直線は，自宅と文具店の間を，文具店と図書館の間を歩くのと同じ速さで歩いたと仮定した場合のグラフだから，もっと遅い速さで歩くときは，グラフの傾きが小さくなり x 軸との交点の x 座標は 4 より小さい値になる。よって，あてはまるのは $x=2$，$y=0$ の**ア**

問３　幸子さんの帰りのようすを表す式を $y=px+q$ とする。グラフは 2 点(36，1200)，(54，0)を通る直線になるから，$p=\frac{0-1200}{54-36}=-\frac{200}{3}$　$y=-\frac{200}{3}x+q$ に $x=54$，$y=0$ を代入すると，
$0=-\frac{200}{3}\times54+q$　$q=3600$　よって，式は $y=-\frac{200}{3}x+3600$…①
一方，$30\leqq x\leqq42$ のときの弟のようすを表す式を $y=\frac{200}{3}x+r$ として，$x=30$，$y=400$ を代入すると，
$400=\frac{200}{3}\times30+r$　$r=-1600$　よって，$y=\frac{200}{3}x-1600$…②
2 人がすれ違った時刻は，2 人のようすを表すグラフの交点の x 座標で表される。
①，②より，$-\frac{200}{3}x+3600=\frac{200}{3}x-1600$　$-200x+10800=200x-4800$　$-400x=-15600$　$x=39$
よって，11 時 39 分。

数-18-公-山梨-KS-04

4 **問1** $a=4$，$b=2$ だから，$a+b=4+2=6$(点)

問2 起こりうる場合の数は 4 通り。

得点が 4 点となるのは$(a,\ b)=(3,\ 1)$の 1 通りだから，確率は$\frac{1}{4}$

得点が 5 点となるのは$(a,\ b)=(4,\ 1),\ (3,\ 2)$の 2 通りだから，確率は$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

よって，正しいのは**イ**

問3 (1) ゲームを 1 回行ったときの得点として起こりうる 4 通りは，4 点が 1 通り，5 点が 2 通り，6 点が 1 通りだから，それぞれを 4，5A，5B，6 と表す。大地さんも亜実さんも 4 通りずつあるから，2 人の得点の起こりうる場合の数は，$4\times4=16$(通り)

そのうち大地さんが勝つのは，

(大地さんの得点，亜実さんの得点)$=$(5A，4)，(5B，4)，(6，4)，(6，5A)，(6，5B)の 5 通り。

よって，求める確率は$\frac{5}{16}$

(2) 亜実さんの得点は，$a=4$，$b=2$ のとき，$4\times2=8$(点)

$a=4$，$b=1$ のとき，$4\times1=4$(点)

$a=3$，$b=2$ のとき，$3\times2=6$(点)

$a=3$，$b=1$ のとき，$3\times1=3$(点)

よって，起こりうる得点は 3 点，4 点，6 点，8 点が 1 通りずつで，それぞれを 3，4，6，8 と表す。

大地さんが勝つのは，

(大地さんの得点，亜実さんの得点)$=$(4，3)，(5A，3)，(5A，4)，(5B，3)，(5B，4)，(6，3)，(6，4)の 7 通りだから，求める確率は$\frac{7}{16}$

亜実さんが勝つのは，

(大地さんの得点，亜実さんの得点)$=$(4，6)，(4，8)，(5A，6)，(5A，8)，(5B，6)，(5B，8)，(6，8)の 7 通りだから，求める確率は$\frac{7}{16}$

数-18-公-山梨-KS-05

5 **問1** (1) $\pi\times3^2=9\pi$(cm^2)

(2) 円②の半径は OA だから，OA$=r$cm とすると，$\pi r^2=20\pi$　$r^2=20$

△OPA で，∠OPA$=90^\circ$ だから，三平方の定理より，$AP^2+OP^2=OA^2$

よって，$4^2+x^2=20$　$x^2=4$　$x>0$ だから，$x=2$

(3) P を中心とする半径 PA の円と，AB の垂直二等分線との交点を O とし，O を中心とする半径 OA の円をかく。

(4) (2)と同様に OA$=r$cm とする。$S=$円②$-$円①$=\pi r^2-\pi x^2=\pi(r^2-x^2)$

△OPA で，三平方の定理より，$OA^2=AP^2+OP^2$　よって，$r^2=4^2+x^2$

これを S の式に代入すると，$S=\pi(4^2+x^2-x^2)=16\pi$

よって，面積は 16πcm^2 で一定だから，正しいのは**エ**

問2 $T=\pi(x+1)^2-\pi x^2=\pi(x^2+2x+1)-\pi x^2=\pi x^2+2\pi x+\pi-\pi x^2=2\pi x+\pi$

これは x の 1 次式だから，T は x の 1 次関数である。

数-18-公-山梨-KS-06

6 **問1** △PED$=$△ECD$-$△PCD，△PBC$=$△BCD$-$△PCD で，AB // DC より，△ECD$=$△BCD

よって，△PED$=$△PBC

問2 対頂角は等しいから，∠BPE$=$∠DPC…①

AB // DC で，錯角が等しいから，∠PBE$=$∠PDC…②

∠PEB$=$∠PCD…③

①，②，③のうち，どれか 2 つを使って，2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。

問３　(1) OC＝BC＝$2\sqrt{2}$cm，OD＝AD＝$2\sqrt{2}$cm，CD＝4cm だから，OC：OD：CD＝1：1：$\sqrt{2}$

よって，△COD は∠COD＝90°の直角二等辺三角形だから，面積は，$\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=4(\text{cm}^2)$

(2) ∠EOC＝∠EBC＝90°，∠EOD＝∠EAD＝90°だから，EO⊥面 COD

よって，三角錐 OECD は，△COD が底面で EO が高さの三角錐とみることができる。

EO＝EA＝2cm だから，三角錐 OECD の体積は，$\frac{1}{3}\times 4\times 2=\frac{8}{3}(\text{cm}^3)$

(3) 右の**図１**で，△BCD は∠BCD＝90°の直角三角形だから，

三平方の定理より，$BD^2=BC^2+CD^2=(2\sqrt{2})^2+4^2=24$

BD＞0 だから，BD＝$\sqrt{24}=2\sqrt{6}$(cm)

AB // DC より，BP：PD＝BE：CD＝1：2

よって，$BP=\frac{1}{3}BD=\frac{1}{3}\times 2\sqrt{6}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$(cm)

この BP の長さが，三角錐 OECD では OP に相当する。

同様に，AD＝$2\sqrt{2}$cm が三角錐 OECD では OD に相当する。

さらに，∠DOE＝∠DOC＝90°より，OD⊥面 OEC だから，

右の**図２**のように，△OPD は∠POD＝90°の直角三角形になる。

PD の中点 M から OP に垂線 MN をひくと，N は OP の中点で，

$NM=\frac{1}{2}OD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}=\sqrt{2}$(cm)

したがって，△OPM を OP を軸として１回転させてできる立体は，

底面の半径が NM＝$\sqrt{2}$cm で，高さが ON＝$\frac{\sqrt{6}}{3}$cm の円錐を２つあわせた形になるから，体積は，

$\frac{1}{3}\pi\times(\sqrt{2})^2\times\frac{\sqrt{6}}{3}\times 2=\frac{4\sqrt{6}}{9}\pi(\text{cm}^3)$

図１

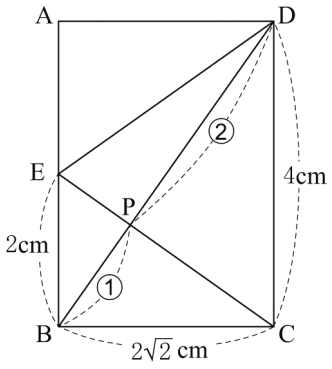


図２

